

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 15 » февраля 20 24 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Математика
(наименование)

Форма обучения: очная
(очная/очно-заочная/заочная)

Уровень высшего образования: бакалавриат
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

Общая трудоёмкость: 576 (16)
(часы (ЗЕ))

Направление подготовки: 23.03.01 Технология транспортных процессов
(код и наименование направления)

Направленность: Цифровые технологии на транспорте
(наименование образовательной программы)

1. Общие положения

1.1. Цели и задачи дисциплины

Освоение студентами основных методов математического аппарата, необходимого для изучения общетеоретических и специальных дисциплин; развитие логического и алгоритмического мышления; повышение общей математической культуры; формирование навыков формализации моделей реальных процессов; анализ систем, процессов и явлений при поиске оптимальных решений и выборе наилучших способов реализации этих решений; выработка умений и исследовательских навыков анализа прикладных задач.

Формирование знаний в области

- аналитической геометрии и линейной алгебры;
- дифференциальной геометрии кривых и поверхностей;
- теории последовательностей и рядов;
- дифференциального и интегрального исчисления;
- гармонического анализа;
- дифференциальных уравнений;
- теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, статистического оценивания и проверки гипотез, статистических методов обработки экспериментальных данных.

Формирование умений:

- использовать математический язык и математическую символику при решении практических задач;
- использовать математические методы и модели при решении профессиональных задач;
- проводить анализ функций;
- решать уравнения и системы дифференциальных уравнений применительно к реальным процессам;
- использовать аналитические и численные методы решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений;
- применять вероятностно-статистический подход при решении технических задач;
- использовать математические методы и модели в технических приложениях;
- обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные.

Формирование навыков:

- использования математического аппарата, необходимого для изучения других фундаментальных дисциплин, спецкурсов, а также для работы с современной научно-технической литературой;
- применения методов математического анализа при решении профессиональных задач;
- использования методов аналитической геометрии при решении профессиональных задач;
- решения численными методами систем дифференциальных и алгебраических уравнений;
- применения методов теории вероятностей и математической статистики;
- использования математических, статистических и количественных методов решения типовых профессиональных задач;
- организации вычислительных экспериментов в области профессиональной деятельности;
- построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.

1.2. Изучаемые объекты дисциплины

- Математические объекты (матрицы, вектора, геометрические образы, функции одной и нескольких переменных, последовательности, ряды, дифференциальные уравнения);
- Операции над объектами и характеристики объектов (предел, непрерывность, операции дифференцирования и интегрирования, экстремумы и т.д.);
- Основные математические методы исследования объектов;
- Математические модели типовых профессиональных задач;
- Способы формализации реальных физических явлений;
- Основные понятия и методы гармонического анализа;
- Основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики.

1.3. Входные требования

Не предусмотрены

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

| Компетенция | Индекс индикатора | Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть) | Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения | Средства оценки |
|-------------|-------------------|---|--|-----------------|
|-------------|-------------------|---|--|-----------------|

| Компетенция | Индекс индикатора | Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть) | Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения | Средства оценки |
|-------------|-------------------|--|--|-----------------|
| ОПК-1 | ИД-1ОПК-1 | <p>Знает:</p> <p>основные понятия и методы линейной и векторной алгебры;</p> <p>основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве;</p> <p>правила и методы вычисления пределов, дифференцирования, основные методы исследования функций одной переменной с помощью производной; методы интегрирования функции одной переменной;</p> <p>правила и методы дифференцирования функций нескольких переменных;</p> <p>основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений;</p> <p>методы исследования рядов на сходимость и разложения функций в ряды Тейлора и Маклорена;</p> <p>понятие двойных, тройных и криволинейных интегралов;</p> <p>основные понятия и теоремы теории вероятностей и математической статистики.</p> | Знать способы применения естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности | Экзамен |
| ОПК-1 | ИД-2ОПК-1 | <p>Умеет:</p> <p>выполнять действия над матрицами и векторами, исследовать системы линейных алгебраических уравнений, решать задачи аналитической геометрии;</p> <p>дифференцировать функции, находить наибольшее и</p> | Уметь применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности | Тест |

| Компетенция | Индекс индикатора | Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть) | Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения | Средства оценки |
|-------------|-------------------|--|---|------------------------------------|
| | | <p>наименьшее значение функций, исследовать функции одной действительной переменной;</p> <p>находить определенные и неопределенные интегралы;</p> <p>находить производные, экстремумы функций нескольких переменных;</p> <p>исследовать числовые и функциональные ряды на сходимость;</p> <p>раскладывать функции в ряд Тейлора и Маклорена;</p> <p>находить двойные, тройные и криволинейные интегралы;</p> <p>вычислять вероятности событий, находить законы распределения случайных величин, их числовые характеристики, находить статистические характеристики изучаемых выборок, выдвигать и проверять статистические гипотезы.</p> | | |
| ОПК-1 | ИД-3ОПК-1 | <p>Владеет:</p> <p>навыками решения алгебраических уравнений, навыками решения задач по аналитической геометрии;</p> <p>навыками исследования функции с помощью производной первого и второго порядка;</p> <p>навыками решения задач из разделов дифференциального и интегрального исчисления;</p> <p>навыками построения математической модели типовых профессиональных задач</p> | <p>Владеть навыками применения естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности</p> | <p>Расчетно-графическая работа</p> |

| Компетенция | Индекс индикатора | Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть) | Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения | Средства оценки |
|-------------|-------------------|---|--|-----------------|
| | | и содержательной интерпретации полученных результатов; методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений; навыками решения задач из теории рядов; методами вычисления и приложения двойных, тройных и криволинейных интегралов; методами организации вычислительных экспериментов в профессиональной деятельности. | | |

3. Объем и виды учебной работы

| Вид учебной работы | Всего часов | Распределение по семестрам в часах | | |
|--|-------------|------------------------------------|-----|-----|
| | | Номер семестра | | |
| | | 1 | 2 | 3 |
| 1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме: | 242 | 80 | 90 | 72 |
| 1.1. Контактная аудиторная работа, из них: | | | | |
| - лекции (Л) | 88 | 32 | 32 | 24 |
| - лабораторные работы (ЛР) | | | | |
| - практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ) | 142 | 44 | 54 | 44 |
| - контроль самостоятельной работы (КСР) | 12 | 4 | 4 | 4 |
| - контрольная работа | | | | |
| 1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС) | 262 | 100 | 90 | 72 |
| 2. Промежуточная аттестация | | | | |
| Экзамен | 72 | 36 | | 36 |
| Дифференцированный зачет | 9 | | 9 | |
| Зачет | | | | |
| Курсовой проект (КП) | | | | |
| Курсовая работа (КР) | | | | |
| Общая трудоемкость дисциплины | 576 | 216 | 180 | 180 |

4. Содержание дисциплины

| Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием | Объем аудиторных занятий по видам в часах | | | Объем внеаудиторных занятий по видам в часах |
|---|---|----------|-----------|--|
| | Л | ЛР | ПЗ | СРС |
| 1-й семестр | | | | |
| Линейная алгебра | 5 | 0 | 6 | 16 |
| Тема 1. Матрицы. Определители. Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений. | | | | |
| Векторная алгебра | 5 | 0 | 6 | 18 |
| Тема 3. Векторные величины. Линейные операции над векторами. Тема 4. Нелинейные операции над векторами. | | | | |
| Аналитическая геометрия | 8 | 0 | 10 | 30 |
| Тема 5. Уравнение линии на плоскости. Тема 6. Уравнения плоскости, прямой в пространстве. Тема 7. Кривые второго порядка. | | | | |
| Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной | 14 | 0 | 22 | 36 |
| Тема 8. Предел числовой последовательности. Тема 9. Предел и непрерывность функций одной переменной. Тема 10. Производная функций одной переменной. Тема 11. Дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления. Тема 12. Исследование функций одной переменной. | | | | |
| ИТОГО по 1-му семестру | 32 | 0 | 44 | 100 |
| 2-й семестр | | | | |
| Интегральное исчисление функций одной переменной. Комплексные числа и действия над ними | 12 | 0 | 22 | 40 |
| Тема 13. Неопределенный интеграл. Тема 14. Классы интегрируемых функций. Тема 15. Определенный интеграл. Тема 16. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. | | | | |
| Теория функций нескольких переменных. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей | 8 | 0 | 10 | 22 |
| Тема 17. Функции нескольких переменных. Частные производные функций нескольких переменных. Тема 18. Элементы теории поля. Тема 19. Экстремум функций нескольких переменных. | | | | |

| Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием | Объем аудиторных занятий по видам в часах | | | Объем внеаудиторных занятий по видам в часах |
|--|---|----|-----|--|
| | Л | ЛР | ПЗ | СРС |
| Дифференциальные уравнения | 12 | 0 | 22 | 28 |
| Тема 20. Дифференциальные уравнения первого порядка, дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка. Тема 21. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Тема 22. Системы дифференциальных уравнений. Вариационное исчисление и оптимальное управление. | | | | |
| ИТОГО по 2-му семестру | 32 | 0 | 54 | 90 |
| 3-й семестр | | | | |
| Ряды | 8 | 0 | 14 | 24 |
| Тема 23. Числовые ряды. Знакопеременные ряды. Тема 24. Степенные ряды. Функциональные ряды. Тема 25. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. | | | | |
| Интегрирование функции нескольких переменных. | 6 | 0 | 12 | 20 |
| Тема 26. Кратные интегралы. Тема 27. Криволинейные интегралы. | | | | |
| Теория вероятностей и математическая статистика. | 10 | 0 | 18 | 28 |
| Тема 28. Предмет теории вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Тема 29. Случайные величины. Задачи математической статистики. Статистические оценки параметров распределения. Обработка экспериментальных данных. | | | | |
| ИТОГО по 3-му семестру | 24 | 0 | 44 | 72 |
| ИТОГО по дисциплине | 88 | 0 | 142 | 262 |

Тематика примерных практических занятий

| № п.п. | Наименование темы практического (семинарского) занятия |
|--------|---|
| 1 | Вычисление определителей. Сложение, умножение матриц, умножение матрицы на число. Нахождение ранга матрицы. Нахождение обратной матрицы. |
| 2 | Решения систем линейных алгебраических уравнений (методом Крамера, Гаусса, обратной матрицы). |
| 3 | Выполнение линейных операций над векторами. Разложение вектора по базису. |
| 4 | Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведения векторов. |
| 5 | Нахождение угла между двумя прямыми на плоскости. Проверка условия параллельности и перпендикулярности прямых. Вычисление расстояния от точки до прямой. |
| 6 | Вычисление угла между плоскостями. Решение задач на взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, взаимное расположение прямых в пространстве. |

| № п.п. | Наименование темы практического (семинарского) занятия |
|--------|---|
| 7 | Вычисление предела числовой последовательности. Применение основных теорем о пределах. |
| 8 | Вычисление предела функций одной переменной. Раскрытие простейших неопределённостей. Сведение пределов к замечательным и нахождение их. Проверка функций на непрерывность, нахождение точек разрыва функций. |
| 9 | Вычисление производной сложной функции, неявной и параметрической функции. Логарифмическое дифференцирование. |
| 10 | Нахождение дифференциала. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталья. |
| 11 | Исследование функций и построение ее графика. |
| 12 | Нахождение неопределенных интегралов, используя таблицу интегралов и основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование дробей, содержащих квадратный трёхчлен в знаменателе. |
| 13 | Выполнение действий с комплексными числами. |
| 14 | Интегрирование дробно-рациональных функций, тригонометрических, некоторых иррациональных выражений. |
| 15 | Нахождение определенных интегралов и несобственных интегралов. |
| 16 | Применение определенного интеграла для вычисления площадей, объемов тел, длин дуг кривой, площадей поверхности тел вращения, массы, моментов инерции, центров тяжести плоских тел, статических моментов плоских тел. |
| 17 | Построение области определения функции нескольких переменных. Дифференцирование функции нескольких переменных. |
| 18 | Вычисление производной по направлению, градиента функции. Нахождение касательной плоскости и нормали к поверхности. |
| 19 | Нахождение экстремумов функции нескольких переменных. |
| 20 | Решение интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка. Решение дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение степени. |
| 21 | Решение однородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. |
| 22 | Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений. |
| 23 | Исследование на сходимость числовых рядов с помощью достаточных признаков сходимости рядов с положительными членами: теорем сравнения, признака Даламбера, интегрального и радикального признаков Коши. Исследование на абсолютную и условную сходимость знакопеременных рядов. |
| 24 | Нахождение области сходимости функционального ряда. Отыскание интервала, радиуса и области сходимости степенного ряда. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. |
| 25 | Разложение функции в ряд Фурье. |
| 26 | Вычисление двойного интеграла в прямоугольной и полярной системах координат. |
| 27 | Вычисление тройного интеграла в прямоугольных, цилиндрических и сферических координатах. |
| 28 | Вычисление криволинейных интегралов I и II рода. |
| 29 | Непосредственный подсчет вероятностей. Вычисление вероятности с помощью теоремы сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности, формулы Байеса и формулы Бернулли. |

| № п.п. | Наименование темы практического (семинарского) занятия |
|--------|--|
| 30 | Построение законов распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нахождение основных характеристик случайных величин. |
| 31 | Построение полигона и гистограммы. Проверка статистических гипотез. |

5. Организационно-педагогические условия

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

| |
|--|
| <p>Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.</p> <p>Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.</p> <p>При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, тренинги.</p> |
|--|

5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

| |
|---|
| <p>При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически. 2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела. 3. Особое внимание следует уделить выполнению расчетно-графических работ по изучаемому разделу. Подготовка к тестированию по разделу. 4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции. |
|---|

6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Печатная учебно-методическая литература

| № п/п | Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц) | Количество экземпляров в библиотеке |
|-------------------------------|---|-------------------------------------|
| 1. Основная литература | | |
| 1 | Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : Решение типичных и трудных задач : учебное пособие / Г. Н. Берман. - Санкт-Петербург: Лань, 2005. | 231 |

| | | |
|---|--|-----|
| 2 | Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - Москва: Юрайт, 2010. | 59 |
| 3 | Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - Москва: Высш. образование, 2007. | 48 |
| 4 | Ильин В. А. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - Москва: Физматлит, 2002. | 98 |
| 5 | Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие для вузов / Д. В. Клетеник. - Санкт-Петербург: Профессия, 2010. | 177 |
| 6 | Т. 1. - Москва: , Интеграл-Пресс, 2007. - (Дифференциальное и интегральное исчисления : учебное пособие для вузов : в 2 т.; Т. 1). | 737 |
| 7 | Т. 2. - М.: , Интеграл-Пресс, 2007. - (Дифференциальное и интегральное исчисления : учебное пособие для вузов : в 2 т.; Т. 2). | 297 |
| 2. Дополнительная литература | | |
| 2.1. Учебные и научные издания | | |
| 1 | Бермант А.Ф. Краткий курс математического анализа : учебник для вузов / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. - Санкт-Петербург: Лань, 2005. | 55 |
| 2 | Дифференциальное и интегральное исчисление. - Москва: , Дрофа, 2005. - (Высшая математика : учебник для вузов : в 3 т.; Т.2). | 40 |
| 3 | Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. - Москва: , Дрофа, 2003. - (Высшая математика / Я. С. Бугров, С. М. Никольский : учебник для вузов : в 3 т.; Т. 3). | 138 |
| 4 | Т. 1. - М., СПб: , Физматлит, Невский диалект, 2001. - (Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие для вузов : в 3 т.; Т. 1). | 49 |
| 5 | Т. 1. - М.: , Эксмо, 2006. - (Практикум по высшей математике : учебное пособие : в 2 т.; Т. 1). | 7 |
| 6 | Т. 2. - М., СПб: , Физматлит, Невский диалект, 2001. - (Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие для вузов : в 3 т.; Т. 2). | 44 |
| 7 | Т. 2. - М.: , Эксмо, 2006. - (Практикум по высшей математике : учебное пособие : в 2 т.; Т. 2). | 7 |
| 8 | Т. 3. - М., СПб: , Физматлит, Невский диалект, 2002. - (Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие для вузов : в 3 т.; Т. 3). | 46 |
| 9 | Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. - Москва: , Дрофа, 2005. - (Высшая математика : учебник для вузов : в 3 т.; Т.1). | 40 |
| 2.2. Периодические издания | | |
| | Не используется | |
| 2.3. Нормативно-технические издания | | |
| | Не используется | |
| 3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины | | |
| | Не используется | |
| 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента | | |

| | | |
|---|--|-----|
| 1 | Гусаренко Е.Л. Векторная алгебра : учебно-методическое пособие / Е.Л. Гусаренко, С.Б. Майзелес. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2006. | 36 |
| 2 | Култышева Л. М. Математический анализ в задачах и упражнениях : учебно-методическое пособие / Л. М. Култышева, В. П. Первадчук, М. А. Севодин. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2013. | 25 |
| 3 | Смышляева Т. В. Математика. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Т. В. Смышляева, Е. Ю. Рекка, О. А. Федосеева. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2017. | 90 |
| 4 | Смышляева Т. В. Математика. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / Т. В. Смышляева. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2012. | 118 |
| 5 | Смышляева Т. В. Математика: введение в анализ, дифференциальное исчисление функции одной переменной : учебное пособие для вузов / Т. В. Смышляева, Е. Ю. Рекка. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2013. | 265 |

6.2. Электронная учебно-методическая литература

| Вид литературы | Наименование разработки | Ссылка на информационный ресурс | Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ) |
|--|--|---|---|
| Дополнительная литература | Первадчук В. П. Высшая математика для экономистов : учебное пособие / В. П. Первадчук, С. Н. Трегубова, Д. Б. Шумкова. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2007. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2667 | локальная сеть; авторизованный доступ |
| Дополнительная литература | Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа / Г.М. Фихтенгольц. - СПб: Лань, 2006. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks123367 | локальная сеть; авторизованный доступ |
| Основная литература | Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г. Н. Берман. - Санкт-Петербург: Профессия, 2008. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2674 | локальная сеть; авторизованный доступ |
| Основная литература | Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие для вузов / Д. В. Клетеник. - Санкт-Петербург: Профессия, 2001. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2275 | локальная сеть; авторизованный доступ |
| Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов | Аналитическая геометрия : учебное пособие / В. П. Первадчук [и др.]. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2007. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks136980 | локальная сеть; авторизованный доступ |

| Вид литературы | Наименование разработки | Ссылка на информационный ресурс | Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ) |
|--|---|---|---|
| Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов | Брагина Н. А. Пределы последовательностей и функций : учебно-методическое пособие / Н. А. Брагина, А. А. Савочкина. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2010. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib3114 | локальная сеть; авторизованный доступ |
| Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов | Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы : учебно-методическое пособие для студентов 2 курса / Пермский государственный технический университет, Кафедра высшей математики; Сост. М. А. Макагонова [и др.]. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2007. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2690 | локальная сеть; авторизованный доступ |
| Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов | Лихачева Н. Н. Лекции и индивидуальные задания по высшей математике : учебно-методическое пособие : в 2 ч. / Н. Н. Лихачева, Л. М. Онискив, Е. Ю. Воробьева. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2016. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks180610 | локальная сеть; авторизованный доступ |
| Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов | Лихачева Н. Н. Лекции по высшей математике : учебник / Н. Н. Лихачева, Л. М. Онискив. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2011. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib6708 | локальная сеть; авторизованный доступ |
| Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов | Тестовые задания по курсу высшей математики. Ч. 1: Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия / Н. А. Лойко [и др.]. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2020. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib7355 | локальная сеть; авторизованный доступ |
| Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов | Тестовый контроль по математике : учебно-методическое пособие для вузов / Р. Ф. Валеева [и др.]. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2012. | http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib3420 | локальная сеть; авторизованный доступ |

6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

| Вид ПО | Наименование ПО |
|----------------------|---|
| Операционные системы | Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching) |

| Вид ПО | Наименование ПО |
|--|--|
| Офисные приложения. | Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567 |
| Прикладное программное обеспечение общего назначения | Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017 |

6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

| Наименование | Ссылка на информационный ресурс |
|---|---|
| Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета | http://lib.pstu.ru/ |
| Электронно-библиотечная система Лань | https://e.lanbook.com/ |
| Электронно-библиотечная система IPRbooks | http://www.iprbookshop.ru/ |
| Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс | http://www.consultant.ru/ |

7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

| Вид занятий | Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения | Количество единиц |
|----------------------|---|-------------------|
| Лекция | доска | 1 |
| Практическое занятие | доска | 1 |

8. Фонд оценочных средств дисциплины

| |
|------------------------------|
| Описан в отдельном документе |
|------------------------------|

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине
«Математика»
Приложение к рабочей программе дисциплины

Программа бакалавриата

Направление бакалавриата:
23.03.01 Технология транспортных процессов

| | |
|--|-----------------------|
| Квалификация выпускника: | бакалавр |
| Форма обучения: | очная |
| Курс: 1,2 | Семестр: 1,2,3 |
| Трудоёмкость: | |
| Кредитов по рабочему учебному плану: | 16 ЗЕ |
| Часов по рабочему учебному плану: | 576 ч. |
| Форма промежуточной аттестации: | |
| Экзамен: 1,3 семестр | Зачет: 2 семестр |

Пермь, 2024

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД, освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение трех семестров (1-го, 2-го и 3-го семестров учебного плана) и разбито на 6 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, выполнении практических заданий, решении расчетно-графических работ, тестирования, дифференцированного зачета и экзамена. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. - Контролируемые результаты обучения по дисциплине

| Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВЫ) | Вид контроля | | | | | |
|---|--------------|----|-----|----------|---------------|------------|
| | Текущий | | | Рубежный | Промежуточный | |
| | ТК | КР | РГР | РТ | Экзамен | Диф. зачёт |
| Усвоенные знания | | | | | | |
| 3.1 основные понятия и методы линейной и векторной алгебры; основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве | ТК | | | РТ1 | | ТВ |
| 3.2 правила и методы вычисления пределов, дифференцирования, основные методы исследования функций с помощью производной; | ТК | | | РТ2 | | ТВ |
| 3.3 аналитические методы интегрирования; методы исследования функций нескольких переменных на экстремум; | ТК | | | РТ3 | ТВ | |

| | | | | | | |
|---|----|-------------------|--------------|-----|----|----|
| дифференциальную геометрию кривых и поверхностей | | | | | | |
| 3.4 основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, уравнений математической физики | ТК | | | РТ4 | ТВ | |
| 3.5 методы исследования рядов на сходимость и разложения функций в ряды Тейлора и Маклорена; понятие двойных, тройных и криволинейных интегралов. Геометрическое и физическое приложение интегралов. | ТК | | | РТ5 | | ТВ |
| 3.6 понятия последовательности и её предела, функции одной переменной и её предела, непрерывности функции, определение дифференциала, его геометрический смысл, монотонности, экстремумов, выпуклости, наибольшего и наименьшего значений функции, определение производной функции одной переменной, геометрический и физический смысл производной | ТК | | | РТ4 | | ТВ |
| 3.7 понятие неопределенного, определенного и несобственного интегралы, геометрические и физические приложения определенного интеграла | ТК | | | РТ3 | ТВ | |
| 3.8 понятие обыкновенных дифференциальных уравнений, систем обыкновенных дифференциальных уравнений | ТК | | | РТ4 | ТВ | |
| 3.9 основные понятия и теоремы теории вероятностей случайных событий, основные понятия теории вероятностей случайных величин, основные понятия математической статистики | ТК | | | РТ6 | | ТВ |
| Освоенные умения | | | | | | |
| У.1 выполнять действия над векторами и матрицами; исследовать системы линейных алгебраических уравнений; решать задачи аналитической геометрии | | КР1 КР2 | РГР1 РГР2 | РТ1 | | ПЗ |
| У.2 находить пределы, дифференцировать, находить наибольшее и наименьшее значение, исследовать функции одной действительной переменной | | КР3 КР4 КР5 | РГР3 | РТ2 | | ПЗ |
| У.3 находить пределы и производные, экстремумы функций нескольких переменных, вычислять определенные и неопределенные интегралы | | КР6 | РГР4 РГР5 | РТ3 | ПЗ | |
| У.4 интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков | | КР7 КР8 | РГР6 | РТ2 | ПЗ | |
| У.5 исследовать числовые и функциональные ряды на сходимость, | | КР9 КР10 | РГР7 РГР8 | РТ5 | ПЗ | ПЗ |

| | | | | | | |
|--|--|-------------------|-------|------------|----|----|
| вычислять двойные, тройные и криволинейные интегралы | | | РГР9 | | | |
| У.6 находить пределы последовательностей и функций, наибольшее и наименьшее значения функции, дифференцировать функции, исследовать функции и строить их графики | | КР3 КР4 КР5 | РГР3 | РТ2 | | ПЗ |
| У.7 выбирать необходимые методы решения интегралов, формулировать и решать задачи, связанные с геометрическими, механическими и физическими приложениями определенных интегралов | | КР6 | РГР5 | РТ3 | ПЗ | |
| У.8 определять типы дифференциальных уравнений и выбирать методы их решения, определять возможности применения дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач | | КР7 КР8 | РГР6 | РТ4 | ПЗ | |
| У.9 вычислять вероятности событий, находить законы распределения случайных величин, их числовые характеристики, находить статистические характеристики изучаемых выборок, выдвигать и проверять статистические гипотезы | | КР11 КР12 | РГР10 | РТ6 | | ПЗ |
| Приобретенные владения | | | | | | |
| В.1 навыки решения алгебраических уравнений, задач по аналитической геометрии; | | | | РТ1 | | ПЗ |
| В.2 навыки исследования функции с помощью производной первого и второго порядка; | | | | РТ2 | | ПЗ |
| В.3 навыки решения задач из разделов дифференциального и интегрального исчисления; | | | | | ПЗ | ПЗ |
| В.4 навыки решать обыкновенные дифференциальные уравнения аналитическими и численными методами; | | | | РТ4 | ПЗ | |
| В.5 навыками: решения задач из теории рядов, вычисления и приложения двойных, тройных и криволинейных интегралов; | | | | РТ5 РТ4 | | ПЗ |
| В.6 навыки вычисления пределов, дифференциального исчисления функции одной переменной, исследования функции; | | | | РТ2 | | ПЗ |
| В.7 навыки интегрирования, приложениями определенного интеграла; | | | | РТ3 | ПЗ | |
| навыками построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов; методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений; | | | | РТ4 | ПЗ | |

| | | | | | |
|--|--|--|--|-----|----|
| В.8 навыками решения задач теории вероятностей, случайных событий с использованием определений и теорем, вероятностными методами, вероятностно-статистическими методами организации вычислительных экспериментов в профессиональной деятельности. | | | | РТ6 | ПЗ |
|--|--|--|--|-----|----|

ТК – текущий контроль в форме контрольных работ по теории (оценка знаний); РГР – расчетно-графические работы (оценка умений); КР – текущий контроль в форме контрольных работ по практическим занятиям (оценка умений, навыков); КТ – рубежный контроль в форме компьютерного тестирования по модулю (оценка знаний, умений и навыков); ТВ - теоретический вопрос (оценка знаний); ПЗ - практическое задание (оценка умений и владений).

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде дифференцированного зачета во втором и экзамена в первом и третьем семестре, проводимая с учетом результатов текущего и рубежного контроля.

2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;
- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;
- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланчного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;
- контроль остаточных знаний.

2.1. Текущий контроль усвоения материала

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования, выборочного теоретического опроса или контрольной работы *по теории* проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

Текущий контроль для оценивания освоенных **умений** проводится в форме защиты расчетно-графических работ и контрольных работ (после изучения определенного раздела учебной дисциплины).

2.1.1. Защита расчетно-графических работ

Всего запланировано 10 расчетно-графических работ. Типовые темы расчетно-графических работ приведены в РПД. Варианты расчетно-графических работ размещены как электронный ресурс по дисциплине «Математика» на сайте <http://pstu.ru/title1/sources/mat/>.

Защита расчетно-графической работы проводится индивидуально каждым студентом или группой студентов. Шкала и критерии оценки приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1. – Шкала и критерии оценки защиты расчетно-графической работы

| Балл | Уровень освоения | Критерии оценивания уровня освоения учебного материала |
|------|----------------------------------|--|
| 5 | Максимальный уровень | <i>Задание по расчетно-графической работе выполнено в полном объеме. Студент точно ответил на контрольные вопросы, свободно ориентируется в предложенном решении, может его модифицировать при изменении условия задачи.</i> |
| 4 | Средний уровень | <i>Задание по расчетно-графической выполнено в полном объеме. Студент ответил на теоретические вопросы, испытывая небольшие затруднения.</i> |
| 3 | Минимальный уровень | <i>Студент правильно выполнил задания расчетно-графической работы. Представил решения большинства заданий, предусмотренных в расчетно-графической работе. Студент не может полностью объяснить полученные результаты.</i> |
| 2 | Минимальный уровень не достигнут | <i>Студент не выполнил все задания расчетно-графической работы и не может объяснить полученные результаты.</i> |

Результаты защиты расчетно-графических работ по 4-балльной шкале

оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

2.1.2. Текущая контрольная работа

Согласно РПД запланировано 12 контрольных работ после освоения студентами разделов 1,2,4,6,7,8,10,11 дисциплины.

Таблица 2.2. Перечень контрольных работ

| № п/п | Номер модуля | Номера разделов | Наименование материалов контроля |
|-------|--------------|-----------------|---|
| 1. | mod 1 | 1 | Контрольная работа «Методы решения систем линейных алгебраических уравнений» |
| 2. | | 2 | Контрольная работа «Векторная алгебра» |
| 3. | mod 2 | 4 | Контрольная работа «Пределы» |
| 4. | | 4 | Контрольная работа «Производная» |
| 5. | | 4 | Контрольная работа «Логарифмическое дифференцирование. Производная неявной и параметрической функции» |
| 6. | mod 3 | 6 | Контрольная работа «Неопределенный интеграл» |
| 7. | mod 4 | 7 | Контрольная работа «Решение дифференциальных уравнений первого порядка» |
| 8. | | 7 | Контрольная работа «Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами» |
| 9. | mod 5 | 8 | Контрольная работа «Числовые ряды» |
| 10. | mod 5 | 10 | Контрольная работа «Двойные интегралы» |
| 11. | mod. 6 | 11 | Контрольная работа «Основные теоремы теории вероятностей» |
| 12. | | 11 | Контрольная работа «Случайные величины» |

Типовые задания КР 1:

1. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7, \\ 6x - 9y = 21 \end{cases}.$$

2. Вычислить определитель
$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & -7 \end{vmatrix}.$$

3. Решить систему трех линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7 \end{cases}$$
 методом Гаусса, методом обратной матрицы и методом Крамера.

Типовые задания КР 2:

Задание 1

Коллинеарны ли векторы $\vec{c}_1 = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ и $\vec{c}_2 = 2\vec{a} + \vec{b}$, разложенные по векторам $\vec{a} = \{2; 3; 1\}$ и $\vec{b} = \{6; 5; 4\}$?

Задание 2

Перпендикулярны ли векторы $\vec{a} = \{5; -6; 1\}$ и $\vec{b} = \{-4; 3; 0\}$?

Задание 3

Компланарны ли векторы $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{1; -1; 3\}$, $\vec{c} = \{1; 9; -11\}$?

Задание 4

Даны координаты точек $A(1; 2; 1)$, $B(-1; 3; 4)$, $C(0; 1; 2)$. Вычислить:

1. $np_{\vec{BC}}\vec{AB}$;
2. $|\vec{AB} + 4\vec{BC}|$;
3. $\angle((\vec{AB} - \vec{CB}), \vec{AB})$;
4. (\vec{AB}, \vec{BC}) ;
5. $[\vec{AB}, \vec{BC}]$;
6. $\vec{AB}\vec{BC}\vec{AC}$;

Задание 5

Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$ $A(1; -1; 6)$, $B(4; 5; -2)$, $C(-1; 3; 0)$, $D(6; 1; 5)$. Вычислить:

1. объем пирамиды;
2. длину ребра AB ;
3. площадь грани ABC ;
4. угол между ребрами AB и AD .

Типовые задания КР 3:

1. Вычислить пределы функций:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sqrt{2 - \cos x}$

2. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x^3 - \pi^3) \sin 5x}{e^{\sin^2 x} - 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$

4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-7} \right)^{\frac{x}{6}+1}$

6. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} - 2x)$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x} - 9x^2}{3x - \sqrt[4]{9x^8} + 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x+2}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$

2. Указать характер точек разрыва функции $f(x) = \ln(x-8)$.

Типовые задания КР 4:**Найти производную сложной функции**

1. $y = \sqrt[3]{\frac{2x}{1-x^2}}; y' \left(\frac{1}{2} \right) = ?$

2. $y = 7^{3x - \frac{5}{\sqrt{x}}}$

3. $y = \frac{6}{\operatorname{arctg} 3x^4}$

4. $y = \arcsin^3 \frac{2x-x^3}{1-3x^2}$

5. $y = \frac{\cos^3 x}{\cos x^3}$

6. $y = \frac{1}{1-a} \ln \frac{1+ax}{1-ax}$

7. $y = \left(\frac{a}{b} \right)^x \cdot \left(\frac{b}{x} \right)^a$

8. $y = x \cdot \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right)$

9. $y = 3 \arccos \sqrt[3]{5x}$

10. $y = -\frac{(1+x)^2}{4} \sin 3x$

11. $y = \frac{3}{\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^4 \frac{1-x}{2}}}$

12. $y = \ln \left(\frac{1}{x} + \ln \frac{1}{x} \right)$

13. $y = e^{\frac{x\sqrt{2}}{x^2-1}}$

14. $y = \log_2^3 \sqrt{3x}$

15. $y = \frac{1}{2} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{x^2} \right)^2$

16. $y = e^{\sin x} \cos 3x \sqrt[3]{x}$

Типовые задания КР 5:**Найти $\frac{dy}{dx}$:**

1. $y = (1+x)^{\frac{3}{x}}$

2. $y = \sqrt[3]{\frac{x-5}{\sqrt[5]{x^2+4}}}$

3. $x + \sqrt{xy} + y = a$

4. $\begin{cases} x = e^{-t^2} \\ y = \operatorname{arctg}(2t+1) \end{cases}$

Типовые задания КР 6:**Найти неопределенный интеграл**

1. $\int \frac{x^7 dx}{4+x^4}$

2. $\int \frac{x^3+x}{x^3+x-2} dx$

3. $\int \frac{\sqrt[3]{3x+5}+2}{1+\sqrt[3]{3x+5}} dx$

4. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx$

5. $\int (x^2 - 2x + 3) \ln x dx$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{(25+x^2)^3}}$

7. $\int \frac{x+1}{(x-1)(x^2+x+2)} dx$

8. $\int \frac{5-7x}{\sqrt{3x^2-2x+1}} dx$

9. $\int \ln^2(x+1) dx$

10. $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt[5]{1+\frac{1}{x}}}$

Типовые задания КР 7:**Решить дифференциальные уравнения**

1. $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$

2. $(y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0$

3. $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$

4. $y^2 dx + (x + e^{\frac{2}{y}}) dy = 0$

5. $y' + xy = (1+x)e^{-x} y^2, y(0) = 1$

6. $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$

7. $y'''x \ln x = y$

8. $4y^3 y'' = y^4 - 1, y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

Типовые задания КР 8:**Решить дифференциальные уравнения**

1. $y'' - 3y' + 2y = 5xe^x$

2. $y'' - 6y' = 4x^2 + \cos 6x$

3. $y'' - 2y' + y = -12 \cos 2x - 9 \sin 2x$

4. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} (\sin 2x + x \cos 2x)$

5. $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$

6. $y'' + y = \frac{1}{\sqrt{\cos 2x}}$

Типовые задания КР 9:**1. Исследовать на сходимость следующие ряды**

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \ln n}{n^3 - 2}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n+3}{n(n+2)^3}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+2)!}{(3n)!}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{5n+1} \right)^{n^2}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3(n+1)}$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 1}{\sqrt{n^5 + 3n^2 + 2}}.$$

Типовые задания КР 10:

1. Изменить порядок интегрирования $\int_{-1}^0 dx \int_{\sqrt{-x}}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$

2. Переходя к полярным координатам вычислить интеграл $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4.$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = \cos 5\varphi.$

Типовые задания КР 11:

1. Из 12 билетов выигрышными являются 8. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу 7 билетов 5 являются выигрышными.

2. Два стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого равна 0,8, для второго 0,7. Определить вероятность того, что в цель попадет один стрелок

3. В семье 7 детей. Найти вероятность того, что в семье не менее двух мальчиков.

4. При разрыве снаряда образуется 10% крупных, 30% средних остальные -мелкие осколки. При попадании в броню крупный осколок пробивает ее с вероятностью 0,9, средний с 0,2, мелкий с вероятностью 0,05. В результате взрыва в броню попал один осколок и пробил ее. Найти вероятность того, что броня была пробита средним осколком.
5. Имеется 5 коробок. Две коробки содержат по 2 белых и 1 черной катушке, одна коробка – 10 черных катушек, две – по 3 белых и одной черной катушке. Наудачу выбирается коробка и из нее вынимается катушка. Найти вероятность того, что вынутая катушка окажется белой.
6. Среди семян ржи имеется 0,4 % семян сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 5000 семян обнаружить 5 семян сорняков?

Типовые задания КР 12:

1. Дискретная случайная величина X имеет только 2 возможных значения x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значения x_1 , равная 0,4. Найти закон распределения величины X , если её математическое ожидание равно 2,6, а дисперсия – 0,24.
2. Производится 4 независимых испытания, в каждом из которых с вероятностью 0,4 появляется событие A . Написать ряд распределения случайной величины X – числа появлений события A в четырех независимых опытах, построить функцию распределения и её график. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
3. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет

$$\text{вид } F(X) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 0,75x + 0,75, & -1 < x \leq \frac{1}{3} \\ 1, & x > \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Найти вероятность того, что

случайная величина X примет значения в интервале $\left(0; \frac{1}{3}\right)$.

4. Плотность распределения непрерывной случайной величины X имеет

$$\text{вид } f(X) = \begin{cases} 0, & x < -2\pi \\ a \cos \frac{x}{4}, & -2\pi \leq x \leq 2\pi \\ 0, & x > 2\pi \end{cases}.$$

Найти параметр a и функцию

распределения случайной величины X .

Шкала и критерии оценки результатов контрольной работы приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3. – Шкала и критерии оценки результатов контрольной работы

| Балл | Уровень освоения | Критерии оценивания уровня освоения учебного модуля |
|-------------|----------------------------------|---|
| 5 | Максимальный уровень | <i>Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал отличные знания и умения в рамках усвоенного учебного материала. Отчет по контрольной работе оформлен аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</i> |
| 4 | Средний уровень | <i>Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал хорошие знания и умения, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, есть недостатки в оформлении отчета по контрольной работе.</i> |
| 3 | Минимальный уровень | <i>Студент полностью выполнил задание контрольной работы, но допустил существенные неточности, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, отчет по контрольной работе имеет недостаточный уровень качества оформления.</i> |
| 2 | Минимальный уровень не достигнут | <i>Студент не полностью выполнил задание контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень знаний и умений, а также не способен пояснить полученный результат.</i> |

Результаты контрольных работ по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

2.2. Рубежный контроль

Рубежный контроль для комплексного **оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений** (табл. 1.1) проводится в форме рубежного тестирования (после изучения каждого модуля учебной дисциплины). Рубежное тестирование проводится централизованно для всех групп, изучающих предмет в данный момент. Полный перечень тестовых вопросов по каждому модулю загружен в систему компьютерного тестирования СКТ ПНИПУ.

2.2.1. Рубежное тестирование

Согласно РПД запланировано 6 рубежных тестирований после освоения студентами каждого модуля дисциплины.

Типовые задания РТ 1:

Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:

Укажите преобразования матрицы, не меняющих ее ранг:

- А) умножение строки на произвольное число;
- Б) прибавление к элементам какой-либо строки соответствующих элементов другой строки;
- В) отбрасывание нулевой строки;
- Г) отбрасывание ненулевого столбца;
- Д) добавление нулевого столбца;
- Е) отбрасывание строки, являющейся линейной комбинацией других строк;
- Ж) перестановка двух строк;
- З) транспонирование матрицы.

Задание на проверку компонента УМЕТЬ:

Прямая $2x + By + 8 = 0$ наклонена к оси Ox под углом 135° , если B равно...

Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:

Если в прямоугольной декартовой системе координат к точке $B(4; -2; 3)$ приложена сила $\vec{F} = \{2; -4; 5\}$, то модуль момента этой силы относительно точки $A(3; 2; -1)$ равен ...

Типовые задания РТ 2:

Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:

Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ имеют конечные и производные в точке x_0 .

Укажите верные высказывания.

- А) функция $5u(x)$ имеет производную в точке x_0 ;
- Б) функция $4u(x)v(x)$ имеет производную в точке x_0 ;
- В) функция $v(x)$ непрерывна в точке x_0 ;
- Г) предел функции $u(x)$ в точке x_0 конечен;
- Д) функция $\frac{1}{u(x)}$ имеет производную в точке x_0 ;
- Е) функция $u(x) - v(x)$ имеет производную в точке x_0 ;
- Ж) функция $4u(x) + 5v(x)$ имеет производную в точке x_0 ;

Задание на проверку компонента УМЕТЬ:

Значение предела $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{x-2} - 1}$ равно ...

Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:

Ордината точки перегиба графика функции $y = (x+1)^5 + 3x + 1$ равна...

Типовые задания РТ 3:

Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:

Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:

Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ интегрируемы на отрезке $[a;b]$, λ - произвольное число и $c \in [a;b]$. Выберите верные утверждения:

А) $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$;

Б) $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$;

В) $\int_a^c f(x) dx = \int_c^a f(x) dx$;

Г) $\int_a^b f(x)g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx$;

Д) $\int_a^b \lambda f(x) dx = |\lambda| \int_a^b f(x) dx$;

Е) $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

Задание на проверку компонента УМЕТЬ:

Если $z = 2 \cos^2 \left(y - \frac{x}{2} \right)$, то выражение $2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ равно...

Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:

Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=0$, $x=\pi$, $x=\frac{\pi}{2}$, $y=\cos x$ равна...

Типовые задания РТ 4:

Дифференциальное уравнение $y' = f(x, y)$ является однородным уравнением первого порядка, если функция обладает свойством

А) $f(x, y) = f_1(x) f_2(y)$

Б) $f(x, y) = f_1(x) + f_2(y)$

В) $f(x, y) = f_1(x) y$

Г) $f(x, y) = x f_2(y)$

Д) $f(x, y) = f_1 \left(\frac{y}{x} \right)$

Е) для любого $\lambda > 0$ справедливо равенство $f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$

Задание на проверку компонента УМЕТЬ:

Если решение уравнения $y' = -\frac{x+y}{x}$ удовлетворяет условию $y(1) = -0,5$, то значение $y(2)$ равно ...

Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:

Согласно методу подбора частного решения по виду правой части, частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' - 3y = 3xe^{4x}$ ищется в виде ...

() : $y = (ax^2 + bx) \cdot e^{3x}$

(*) : $y = (ax + b) \cdot e^{4x}$

() : $y = (ax + b) \cdot e^{3x}$

() : $y = (ax^2 + bx) \cdot e^{4x}$

Типовые задания РТ 5:

Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:

Известно, что степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ сходится в точке x_0 . Укажите верные высказывания.

- А) если $x_1 < x_0$, то в точке x_1 ряд сходится
- Б) если $x_1 < x_0$ и $x_1 > 0$, то в точке x_1 ряд сходится
- В) если $x_1 < x_0$, то в точке x_1 ряд расходится
- Г) если $x_1 > x_0$, то в точке x_1 ряд сходится
- Д) если $x_1 < x_0$ и $x_1 < 0$, то в точке x_1 ряд сходится
- Е) ряд сходится в точке $x_1 = 0$.

Задание на проверку компонента УМЕТЬ:

Формула общего члена знакоположительного ряда $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$ имеет вид ...

() : $\frac{n}{10}$

() : $\frac{11}{10^n}$

(*) : $\frac{1}{10^n}$

() : $\frac{1}{10n}$

Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:

Если разложение функции $y = f(x)$ в ряд Фурье на промежутке $(-4; 4)$ имеет вид $6 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot 56}{k\pi} \cdot \sin \frac{k\pi x}{4}$ и A – коэффициент при $\sin \frac{\pi x}{4}$ в указанном

разложении, то произведение $A \cdot \pi$ равно...

Типовые задания РТ 6:

Задание на проверку компонента ЗНАТЬ:

Вероятность достоверного события равна...

Задание на проверку компонента УМЕТЬ:

При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры нечетные и разные. Вероятность того, что номер набран правильно равна...

Задание на проверку компонента ВЛАДЕТЬ:

Продолжительность массажа клиента является случайной величиной с функцией распределения $F(x) = 1 - \frac{b^2}{x^2}$ при $x \geq b$ и $F(x) = 0$ при $x < b$, b – неизвестный параметр распределения. Хронометраж этой операции (в мин.) для 5 клиентов дал следующие результаты: 1, 2, 3, 4, 5. Оценка максимального правдоподобия параметра b равна....

Таблица 2.4. – Шкала и критерии оценки результатов рубежного тестирования

| Балл | Уровень освоения | Критерии оценивания уровня освоения учебного модуля |
|------|----------------------------------|---|
| 5 | Максимальный уровень | <i>Студент ответил правильно не менее чем на 81% - 100% вопросов по каждому компоненту знать, уметь, владеть.</i> |
| 4 | Средний уровень | <i>Студент ответил правильно не менее чем на 66% - 80% вопросов по каждому компоненту знать, уметь, владеть.</i> |
| 3 | Минимальный уровень | <i>Студент ответил правильно не менее чем на 50% - 65% вопросов по каждому компоненту знать, уметь, владеть.</i> |
| 2 | Минимальный уровень не достигнут | <i>Студент ответил правильно не более чем на 49% хотя бы по одному компоненту знать, уметь, владеть.</i> |

2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача всех расчетно - графических работ и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине, согласно РПД, проводится в виде дифференцированного зачета и экзамена устно по билетам.

а) Дифференцированный зачет.

Дифференцированный зачет по дисциплине проводится в следующей форме: студент должен ответить на один теоретический вопрос (ТВ) и выполнить одно практическое задание (ПЗ). При выставлении оценки учитываются итоги проведенного текущего и рубежного контроля, выполнение заданий всех практических занятий и расчетно-графических работ (РГР).

б) Экзамен.

Экзамен проводится в устной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание.

Билет содержит 2 теоретических вопроса (ТВ) для проверки усвоенных знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки освоенных умений и приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Форма билета представлена в Приложении 1.

2.3.1. Типовые вопросы и задания для дифференцированного зачета по дисциплине.

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Матрицы. Действия над матрицами.
2. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях.
3. Прямая на плоскости. Виды уравнений прямой: общее, частные случаи общего уравнения. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
4. Прямая в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве. Векторное, параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Теорема о связи функции с ее пределом.
6. Теорема о производной суммы, произведения, частного.
7. Достаточные условия экстремума функции.

Типовые вопросы и практические задания для контроля освоенных умений и владений:

1. Плоскость α проходит через точки: $M_1(1; -3; 4)$, $M_2(0; -2; -1)$ и $M_3(1; 1; -1)$. Плоскость β проходит через ось Ox и точку $M_4(9; -3; 8)$. Найти угол между плоскостями α и β .
2. Вычислить предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}$.

3. Найти производную функции $y = x^3 \sqrt{\frac{(2x+5)^2}{x^2+1}}$.
4. Найти уравнение касательной и нормали к эллипсу $\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ в точке, где $t = \frac{\pi}{6}$.

2.3.2. Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Теорема о дифференцировании сложной функции нескольких переменных.
2. Неопределенный интеграл. Его свойства.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Уравнение Бернулли.
5. Признак Даламбера.

Типовые вопросы и практические задания для контроля освоенных умений и владений:

1. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt{x}-9}{3\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}} dx$.
2. Найти решение задачи Коши $y'' - y = \frac{1}{1+2e^x}$, $y(0) = 3 \ln 3$, $y'(0) = 2 \ln 3 - 1$.
3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{3^n (n+2)}$.
4. Найти линию, зная, что площадь, заключенная между осями координат, этой кривой и ординатой любой точки на ней, равна кубу этой ординаты.

2.3.3. Шкалы оценивания результатов обучения при дифференцированном зачете и экзамене.

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать*, *уметь*, *владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время дифференцированного зачета и экзамена.

Шкала и критерии оценки результатов обучения при дифференцированном зачете и экзамене для компонентов *знать*, *уметь*, *владеть* приведены в таблицах 2.5, 2.6.

Таблица 2.5. - Шкала оценивания уровня знаний

| Балл | Уровень усвоения | Критерии оценивания уровня усвоенных знаний |
|------|----------------------|---|
| 5 | Максимальный уровень | <i>Студент правильно ответил на теоретический вопрос билета. Показал отличные знания в рамках</i> |

| Балл | Уровень усвоения | Критерии оценивания уровня усвоенных знаний |
|-------------|----------------------------------|--|
| | | <i>усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы.</i> |
| 4 | Средний уровень | <i>Студент ответил на теоретический вопрос билета с небольшими неточностями. Показал хорошие знания в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов.</i> |
| 3 | Минимальный уровень | <i>Студент ответил на теоретический вопрос билета с существенными неточностями. Показал удовлетворительные знания в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.</i> |
| 2 | Минимальный уровень не достигнут | <i>При ответе на теоретический вопрос билета студент продемонстрировал недостаточный уровень знаний. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.</i> |

Таблица 2.6. - Шкала оценивания уровня умений и владений

| Балл | Уровень освоения | Критерии оценивания уровня освоенных умений |
|-------------|----------------------------------|--|
| 5 | Максимальный уровень | <i>Студент правильно выполнил практическое задание билета. Показал отличные умения в рамках освоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы.</i> |
| 4 | Средний уровень | <i>Студент выполнил практическое задание билета с небольшими неточностями. Показал хорошие умения в рамках освоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов.</i> |
| 3 | Минимальный уровень | <i>Студент выполнил практическое задание билета с существенными неточностями. Показал удовлетворительные умения в рамках освоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.</i> |
| 2 | Минимальный уровень не достигнут | <i>При выполнении практического задания билета студент продемонстрировал недостаточный уровень умений. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.</i> |

3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при дифференцированном зачете и экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

3.2. Оценка уровня сформированности компетенций

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Оценочный лист промежуточной аттестации за второй семестр в виде дифференцированного зачета и оценочный лист промежуточной аттестации за первый и третий семестр в виде экзамена являются инструментом для оценивания преподавателем уровня освоения компонентов контролируемых компетенций путём агрегирования оценок, полученных студентом за ответы на вопросы билета, и результатов *текущей успеваемости* студента. Заполняя все позиции оценочного листа, преподаватель выставляет частные оценки по результатам текущей успеваемости студента, а также по ответам на вопросы и задания билета.

В оценочный лист включаются:

1. Интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля по 4-х балльной шкале оценивания.
2. Три оценки за ответы на вопросы и практическое задание билета (во втором семестре за дифференцированный зачет, а в первом и третьем семестрах за экзамен) по 4-х балльной шкале оценивания.
3. Средняя оценка уровня сформированности компетенций.
4. Итоговая оценка уровня сформированности компетенций.

По первым 4-м оценкам вычисляется средняя оценка промежуточной аттестации по дисциплине, на основании которой по сформулированным критериям выставляется итоговая оценка уровня сформированности заявленных компетенций. Форма оценочного листа с примерами получения итоговой оценки уровня сформированности компетенций приведена в таблице 3.1.

Таблица 3.1. - Оценочный лист уровня сформированности компетенций

| Интегральный результат текущего и рубежного контроля (по результатам текущей успеваемости) | Оценка за экзамен (дифференцированный зачет) | | | Средняя оценка уровня сформированности компетенций | Итоговая оценка уровня сформированности компетенций |
|--|--|--------|----------|--|---|
| | знания | умения | владения | | |
| 5* | 5 | 4 | 5 | 4.75 | <i>отлично</i> |
| 4 | 3 | 3 | 3 | 3.25 | <i>удовлетворительно</i> |
| 3 | 5 | 4 | 3 | 3.75 | <i>хорошо</i> |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 2.75 | <i>неудовлетворительно</i> |
| 3 | 3 | 4 | 2 | 3.0 | <i>неудовлетворительно</i> |

**) - пример заполнения оценочного листа*

Критерии выведения итоговой оценки промежуточной аттестации:

«Отлично» – средняя оценка $> 4,5$.

«Хорошо» – средняя оценка $> 3,7$ и $\leq 4,5$.

«Удовлетворительно» – средняя оценка $\geq 3,0$ и $\leq 3,7$ при отсутствии хотя бы одной неудовлетворительной оценки за компоненты компетенций.

«Неудовлетворительно» – средняя оценка $< 3,0$ или присутствует хотя бы одна неудовлетворительная оценка за компоненты компетенций.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Форма билета для дифференцированного зачета и экзамена.



**Кафедра «Высшая математика»
(Прикладная математика)**

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГАОУ ВО «Пермский
национальный исследовательский
политехнический университет»
(ПНИПУ)**

Дисциплина «Математика»

БИЛЕТ №1

1. Матрицы. Действия над матрицами. *(контроль знаний)*
2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Теорема о связи функции с ее пределом *(контроль знаний)*.

3. Найти уравнение касательной и нормали к эллипсу $\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ в точке,

где $t = \frac{\pi}{6}$ *(контроль умений и владений)*.

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

« _____ » _____ 20 ____ г.